f'' s'annule en 4 en changeant de signe d'où le point I(4, f(4)) est un point d'inflexion pour $(\mathcal{C})$; I(4,5).

EXERCICE№23

$f(x) = \sqrt{x + \sqrt{x}}$

1) $D_f = [0,+\infty[$

2) $\lim\limits_{x \to 0^+} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim\limits_{x \to 0^+} \frac{\sqrt{x+\sqrt{x}}}{x} = \lim\limits_{x \to 0^+} \sqrt{\frac{x+\sqrt{x}}{x^2}} = \lim\limits_{x \to 0^+} \sqrt{\frac{\sqrt{x}+1}{x\sqrt{x}}} = +\infty$

f n'est pas dérivable à droite en 0

interprétation graphique :

$(\mathcal{C}_f)$ admet une demi-tangente parallèle à l'axe des ordonnées au point d'abscisse 0.

3) – a) la fonction : $x \longmapsto x + \sqrt{x}$ est dérivable sur]0,+∞[et strictement positive

D'où : f est dérivable sur]0,+∞[

$f'(x) = \frac{1+\frac{1}{2\sqrt{x}}}{2\sqrt{x+\sqrt{x}}} = \frac{2\sqrt{x}+1}{4\sqrt{x}.\sqrt{x+\sqrt{x}}}$

b) $f'(x) > 0$; $\forall x \in]0,+\infty[$

x	0		$+\infty$
$f'(x)$	|	+	
$f(x)$	0	↗	$+\infty$

EXERCICE№24

$f(x) = \frac{1}{2}(4 + \sin x)$

1) $f'(x) = \frac{1}{2}\cos x$

On a : $|\cos x| \leq 1 \Longrightarrow |f'(x)| \leq \frac{1}{2}$

2) – a) $g(x) = f(x) - x$; $g'(x) = f'(x) - 1 < 0$, car $|f'(x)| \leq \frac{1}{2}$

D'où : g est strictement décroissante sur IR.

b) pour tout $x \in$ IR , on a : $-1 \leq \sin x \leq 1$

$\Longrightarrow 3 \leq 4 + \sin x \leq 5 \Longrightarrow \frac{3}{2} \leq \frac{1}{2}(4 + \sin x) \leq \frac{5}{2}$

$\Longrightarrow \frac{3}{2} \leq f(x) \leq \frac{5}{2} \Longrightarrow \frac{3}{2} - x \leq \frac{1}{2} f(x) - x \leq \frac{5}{2} - x$

$\Longrightarrow \frac{3}{2} - x \leq g(x) \leq \frac{5}{2} - x$

c) $g(x) \leq \frac{5}{2} - x$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\frac{5}{2} - x\right) = -\infty$, d'où : $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = -\infty$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn